

La prova consta de quatre parts. La primera no té opcionalitat, i les altres tres inclouen dos problemes dels quals se n'ha de contestar un. En cas que es contestin dos problemes d'una mateixa part, només s'avaluarà el primer.

Justificau les respostes usant llenguatge matemàtic i/o no matemàtic, segons correspongui. Es permet utilitzar calculadora científica bàsica. No es permet l'ús de calculadores gràfiques ni programables, ni de dispositius que puguin transmetre o emmagatzemar informació.

Part A. Contestau l'únic problema d'aquesta part (total 2,5 punts)

Problema A1

La NASA es disposa a llançar una nau espacial des de la base que té a cap Canaveral, Florida.

- [0,5 punts]** Suposem que la nau viaja sempre en línia recta. Si la llancen en direcció $\vec{d} = (2, 3, 6)$ i sabem que la Lluna es troba a 384.400 km de la Terra, quines són les coordenades de la Lluna respecte de la base localitzada a cap Canaveral?
- [0,5 punts]** Calculau el pla perpendicular a la trajectòria de la nau i que conté la Lluna.
- [0,75 punts]** En lloc de llançar la nau directament cap a la Lluna, normalment fan un primer llançament per ajustar-ne la trajectòria. Tot seguit, en reajusten la trajectòria cap al destí desitjat. Si, partint des de la base, fan el primer llançament en direcció $\vec{d}^{\text{inicial}} = (1, 1, 2)$, quina és la direcció que han de posar en el reajustament per arribar a la Lluna amb aquesta segona trajectòria?
- [0,75 punts]** Calculau la intersecció de la recta que passa per la Lluna i té vector director $(2, 3, 6)$, amb el pla $z = 0$.

Part B. Tria només un problema d'aquesta part (total 2,5 punts)

Problema B1

Un celler de vi de Mallorca produeix 3 tipus de vi: negre, blanc i rosat. Amb la finalitat de saber el preu de cada tipus de vi, n'hem comprat, el mateix dia i al celler mateix, en quatre combinacions diferents:

- Per 3 botelles de vi negre i 2 de vi blanc hem pagat 67 €
 - Per 2 botelles de vi negre, 4 de vi blanc i 1 de rosat hem pagat 85 €
 - Per 1 botella de vi negre i 1 de vi rosat hem pagat 21 €
- i, finalment,
- Per 4 botelles de vi blanc i 5 de vi rosat hem pagat 85 €

- (a) **[0,75 punts]** Escriviu en forma matricial el sistema d'equacions lineals que s'hauria de resoldre per poder descobrir el preu de cada tipus de vi.
- (b) **[0,5 punts]** És necessari tenir les dades de les quatre compres per saber el preu de cada tipus de vi? Justificau la resposta.
- (c) **[1,25 punts]** Calculau el preu de cada tipus de vi.

Problema B2

Considerau les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

i sigui O la matriu nul·la d'ordre 2×2 .

- (a) **[1 punt]** Calculau totes les matrius X , tals que $AX - X = B$
- (b) **[0,75 punts]** Trobau una matriu Y diferent de O , tal que $(A - B)Y = O$
- (c) **[0,75 punts]** Indicaue totes les matrius Z que compleixen la igualtat $AZ = O$

Part C. Triaue només un problema d'aquesta part (total 2,5 punts)

Problema C1

Volem fer una tanca en un camp rectangular emprant diferents materials a cada costat. Començant pel fons del camp i movent-nos al voltant d'aquest en el sentit contrari a les busques del rellotge, el cost del material per a cada costat és de 6 €/m, 9 €/m, 12 €/m i 14 €/m, respectivament. Si hem de gastar exactament 1000 € per comprar el material de tancament, determinau les dimensions del camp que maximitzaran l'àrea tancada.

Problema C2

La quantitat de tones d'aigua infectada per un bacteri s'espera que segueixi la funció $f(x) = e^{-x} + 0.15x + 1$, sent $x \geq 0$ els dies d'infecció $f(x)$ les tones d'aigua infectada.

- (a) **[1 punt]** Quantes tones d'aigua hi havia inicialment infectades pel bacteri? Cap a quin valor tendeix la quantitat d'aigua infectada? Interpretau els resultats.
- (b) **[1 punt]** En quin moment hi ha menys quantitat d'aigua infectada? Quantes tones hi ha en aquell moment?
- (c) **[0,5 punts]** Hi ha algun moment en què l'aigua no estigui infectada? Justificau la resposta.

Part D. Escolliu només un problema d'aquesta part (total 2.5 pt).

Part D. Tria només un problema d'aquesta part (total 2,5 punts)

Problema D1

Siguin A i B dos successos d'un mateix espai mostral tals que satisfan que $P(A \cup B) = 0.7$, $P(A \cap B) = 0.1$ i $P(A \cap B^c) = 0.35$ (sent B^c el succés complementari de B), calculau:

- (a) **[0,75 punts]** $P(A)$
- (b) **[0,75 punts]** $P(B)$
- (c) **[0,5 punts]** $P(A^c \cup B^c)$
- (d) **[0,5 punts]** Són A i B successos independents?

Problema D2

El 38% dels habitants d'un poble afirmen que el seu esport preferit és la natació i el 21% prefereixen el ciclisme i la resta s'inclinen més per altres esports. Si triau a l'atzar una persona i, tot seguit, una altra, calculau la probabilitat dels successos següents:

- (a) **[0,75 punts]** Que les dues persones siguin aficionades a la natació
- (b) **[0,75 punts]** Que una de les dues persones sigui aficionada al ciclisme i l'altra, a la natació
- (c) **[1 punt]** Sabent que la primera prefereix el ciclisme, que la segona no prefereixi aquest esport.