
Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials

Model 2

Contestau de manera clara i raonada **quatre dels cinc** exercicis proposats.

1) Es va invertir un total de 12000 € en dues empreses, A i B . Al final del primer any, A i B varen produir rendiments del 5% i del 4.75%, respectivament, sobre les inversions originals. Com es va distribuir la quantitat original, si el total que es va guanyar fou de 582.75 €? (2.5 punts)

2) En una gelateria venen gelats petits, mitjans i grossos. Dos de petits més un de mitjà més dos de grossos valen 9.50 €. Un de petit més un de mitjà més tres de grossos valen 10.25 €. A més, dos gelats grossos valen el mateix que tres de petits. Calculau què val un gelat petit, què val un gelat mitjà i què val un gelat gros. (2.5 punts)

3) Donada la funció

$$f(x) = \frac{1}{1-x},$$

calculau, quan existeixin:

- a) Les asímptotes verticals i les horitzontals. (1.5 punts)
- b) Els intervals de creixement i els de decreixement. (1 punt)

4) Calculau l'àrea del recinte limitat per la corba $y = 3x^2 - 6x$ i l'eix d'abscisses. (2.5 punts)

5) El 2% dels perns fabricats per una màquina són defectuosos. En un lot de 400 perns fabricats per aquesta màquina, quina és la probabilitat aproximada que n'hi hagi menys de 12 de defectuosos? (2.5 punts)

Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials

Model 2

Conteste de manera clara y razonada **cuatro de los cinco** ejercicios propuestos.

1) Se invirtió un total de 12000 € en dos empresas, A y B . Al final del primer año, A y B produjeron rendimientos del 5% y del 4.75%, respectivamente, sobre las inversiones originales. ¿Cómo se distribuyó la cantidad original, si el total que se ganó fue de 582.75 €? (2.5 puntos)

2) En una heladería venden helados pequeños, medianos y grandes. Dos pequeños más uno mediano más dos grandes valen 9.50 €. Uno pequeño más uno mediano más tres grandes valen 10.25 €. Además, dos helados grandes valen lo mismo que tres pequeños. Calcule cuánto vale un helado pequeño, cuánto vale un helado mediano y cuánto vale un helado grande. (2.5 puntos)

3) Dada la función

$$f(x) = \frac{1}{1-x},$$

calcule, cuando existan:

a) Las asíntotas verticales y las horizontales. (1.5 puntos)

b) Los intervalos de crecimiento y los de decrecimiento. (1 punto)

4) Calcule el área del recinto limitado por la curva $y = 3x^2 - 6x$ y el eje de abscisas. (2.5 puntos)

5) El 2% de los tornillos fabricados por una máquina son defectuosos. En un lote de 400 tornillos fabricados por esta máquina, ¿cuál es la probabilidad aproximada de que haya menos de 12 defectuosos? (2.5 puntos)

Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials

Criteris específics de correcció

Model 2

Avaluau cada exercici o cada part d'exercici amb múltiples de quart de punt.

Aquests criteris no preveuen tots els casos que en la pràctica es poden presentar. Tampoc no pretenen donar totes les possibles solucions a un exercici, ni tan sols la millor.

Hi pot haver casos concrets en què sigui difícil aplicar els criteris que s'exposen a continuació. Aplicau-los en els casos clars. En els casos dubtosos, feu prevaler el vostre criteri i sentit comú.

Valorau totes les parts que siguin correctes, encara que el resultat final no ho sigui.

Penalitzau els errors simples de càlcul amb 0, 0.25 o 0.5 punts segons la importància de l'error i el vostre criteri. Els errors de càlcul que portin a resultats incoherents o absurds, penalitzau-los amb 0.75 o 1 punt. En qualsevol cas, l'avaluació final de cada exercici ha de ser ≥ 0 i, en els exercicis amb apartats, l'avaluació final de cada apartat també ha de ser ≥ 0 .

1) Es va invertir un total de 12000 € en dues empreses, A i B. Al final del primer any, A i B varen produir rendiments del 5% i del 4.75%, respectivament, sobre les inversions originals. Com es va distribuir la quantitat original, si el total que es va guanyar fou de 582.75 €? (2.5 punts)

Solució

x = quantitat (en euros) que es va invertir al 5% (en A). Aleshores $12000 - x$ és la quantitat que es va invertir al 4.75% (en B).

Tenim que:

$$0.05x + 0.0475(12000 - x) = 582.75$$

[Valoració d'aquesta primera part: 1.5 punts]

$$0.05x + 570 - 0.0475x = 582.75$$

$$0.0025x = 12.75$$

$$x = \frac{12.75}{0.0025} = 5100$$

Aleshores es varen invertir 5100 € al 5% (a l'empresa A) i 6900 € al 4.75% (a l'empresa B).

[Valoració d'aquesta segona part: 1 punt]

2) En una gelateria venen gelats petits, mitjans i grossos. Dos de petits més un de mitjà més dos de grossos valen 9.50 €. Un de petit més un de mitjà més tres de grossos valen 10.25 €. A més, dos gelats grossos valen el mateix que tres de petits. Calculeu què val un gelat petit, què val un gelat mitjà i què val un gelat gros. (2.5 punts)

Solució

x = preu petit

y = preu mitjà

z = preu gros

Tenim el sistema següent:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 9.5 \\ x + y + 3z = 10.25 \\ 2z = 3x \end{cases}$$

[Valoració d'aquesta primera part: 1 punt]

Restant de la 1a. equació la 2a. queda $x - z = 9.5 - 10.25 = -0.75$, d'on $z = x + 0.75$.

Aquesta equació juntament amb la 3a. porta a $2(x + 0.75) = 3x$, d'on

$2x + 1.5 = 3x$, i per tant, $x = 1.5$.

Ara obtenim $z = 1.5 + 0.75 = 2.25$.

Finalment, substituint els valors ja obtinguts per a x i z en la 2a. equació, tenim $1.5 + y + 3 \cdot 2.25 = 10.25$ i, per tant, $y = 2$

Per tant, concloem que un gelat petit val 1.5 €, un de mitjà, 2 €, i un de gros, 2.25€.

[Valoració d'aquesta segona part: 1.5 punts]

3) Donada la funció

$$f(x) = \frac{1}{1-x},$$

calculeu, quan existeixin:

a) Les asímptotes verticals i les horitzontals. (1.5 punts)

b) Els intervals de creixement i els de decreixement. (1 punt)

Solució

a) $f(x) = \frac{1}{1-x}$; $1 - x = 0 \Rightarrow x = 1$.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{1-x} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1-x} = -\infty \end{cases}$$

Aleshores $x = 1$ és asímptota vertical.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{1-x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1-x} = 0 \end{cases}$$

Aleshores $y = 0$ és asymptota horitzontal.

[Valoració: 1.5 punts]

b) $f'(x) = \frac{-(-1)}{(1-x)^2} = \frac{1}{(1-x)^2}$

[Valoració d'aquesta primera part: 0.5 punts]

Com que $\frac{1}{(1-x)^2} > 0$ per a tot x del camp de definició, resulta que els intervals de creixement són $(-\infty, 1)$, $(1, \infty)$.

[Valoració d'aquesta segona part: 0.5 punts]

4) Calculeu l'àrea del recinte limitat per la corba $y = 3x^2 - 6x$ i l'eix d'abscisses. (2.5 punts)

Solució

Calculem la intersecció de la paràbola $y = 3x^2 - 6x$ amb l'eix d'abscisses:

$$y = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = x(3x - 6) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ o } x = 2$$

[Valoració d'aquesta primera part: 1 punt]

L'àrea que es demana és:

$$- \int_0^2 (3x^2 - 6x) dx =$$

[Valoració d'aquesta segona part: 0.5 punts]

$$= -3 \int_0^2 (x^2 - 2x) dx = -3 \left[\frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} \right]_0^2 = -3 \left(\frac{8}{3} - 4 \right) = 3 \left(4 - \frac{8}{3} \right) = 12 - 8 = 4 \text{ u}^2.$$

[Valoració d'aquesta tercera part: 1 punt]

5) El 2% dels perns fabricats per una màquina són defectuosos. En un lot de 400 perns fabricats per aquesta màquina, quina és la probabilitat aproximada que n'hi hagi menys de 12 de defectuosos? (2.5 punts)

Solució

Es tracta d'una distribució binomial $B(400, 0.02)$.

Com que $np = 400 \cdot 0.02 = 8$ és major que 5, es pot assegurar que $B(400, 0.02)$ s'aproxima a la normal $N(\mu, \sigma)$, essent $\mu = np = 8$ i $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{400 \cdot 0.02 \cdot 0.98} = \sqrt{7.84} = 2.8$

[Valoració d'aquesta primera part: 1 punt]

x és $B(400, 0.02) \Rightarrow x'$ és $N(8, 2.8) \Rightarrow z$ és $N(0, 1)$

$$P[x < 12] = P[x' \leq 11.5] = P\left[z \leq \frac{11.5-8}{2.8}\right] = P[z \leq 1.25] = 0.8944$$

[Valoració d'aquesta segona part: 1.5 punts]

