



---

---

# Prova d'accés a la Universitat 2006

---

---

---

## Majors de 25 anys

---

### Matemàtiques

---

#### Model 1

---

Heu de resoldre tres dels quatre problemes següents. Els quatre problemes valen el mateix. Cada problema val deu punts, la nota final serà el resultat de dividir la suma de les puntuacions obtingudes en cada problema entre tres. Heu de justificar totes les respostes.

**P1)** a) Quina condició ha de complir una matriu quadrada per tenir inversa? Hi ha cap valor de  $a$  per al qual la matriu  $\begin{pmatrix} a & a^2 - 2 \\ 1 & a \end{pmatrix}$  no tingui inversa?

(3 punts)

b) Demosta que no hi ha valors de  $m$  per als quals el sistema següent no tingui solució:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y + z = 3 \\ x + 3y + 2z = 5 \\ x + my + 3z = 7 \end{array} \right\}$$

Resol el sistema quan sigui compatible indeterminat.

(7 punts)

**P2)** Els punts  $A = (2,1,0)$  i  $B = (-1,3,-2)$  són vèrtexs d'un paral·lelogram el centre del qual és el punt  $M = (1,1,1)$ . Troba'n els altres dos vèrtexs i les equacions del costat  $AB$ . Fes un dibuix que il·lustri el problema.

(10 punts)

**P3)** a) Donada la funció

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} + b & \text{si } x \leq -1 \\ 3x^2 + 4 & \text{si } -1 < x < 1 \\ -x^3 + 8 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Calcula el valor de  $b$  perquè  $f(x)$  sigui contínua a  $x = -1$ . És contínua a  $x = 1$ ?

(4 punts)

b) Estudia els intervals de creixement i decreixement de la funció següent:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$$

i digues quins són els màxims i els mínims.

(6 punts)



**P4)** Tenim dues urnes amb bolles negres, vermelles i verdes, de la manera següent:

<b>Urna I</b>	<b>Urna II</b>
2 bolles negres	3 bolles negres
3 bolles vermelles	4 bolles vermelles
5 bolles verdes	3 bolles verdes

Llençam un dau. Si surt 1 o 2 extraiem una bolla de l'urna I, si surt 3, 4, 5 o 6 extraiem una bolla de l'urna II. Es demana:

- a) Trobar la probabilitat que la bolla sigui vermella.
- b) Trobar la probabilitat que la bolla sigui negra.
- c) Sabem que, finalment, s'ha obtingut una bolla negra. Quina és la probabilitat que s'hagi extret de l'urna II?
- d) Sabem que, finalment, s'ha obtingut una bolla vermella. Quina és la probabilitat que s'hagi extret de l'urna I?

(10 punts)



---

---

# Prova d'accés a la Universitat 2006

---

---

## Majors de 25 anys

### Matemàtiques

Criteris de correcció

Model 1

---

---

**Cada problema val deu punts, la nota final serà el resultat de dividir la suma de les puntuacions obtingudes en cada un dels tres problemes entre tres.**

**P1) a) Quina condició ha de complir una matriu quadrada per tenir inversa?**

**1 punt**

Hi ha cap valor de  $a$  per al qual la matriu  $\begin{pmatrix} a & a^2 - 2 \\ 1 & a \end{pmatrix}$  no tingui inversa?

Càlcul correcte del determinant i dels valors de  $a$ : **2 punts**

**b) Demostrar correctament que no hi ha valors de  $m$  per als quals el sistema no tingui solució:**

**4 punts**

Resolució correcta del sistema quan sigui compatible indeterminat:

**3 punts**

**P2)**

- Dibuix correcte amb tots els elements necessaris: **2 punts**
- Càlcul correcte de cada vèrtex expressant la relació existent amb M de forma correcta: **2 punts per vèrtex**
- Determinació de l'equació de la recta que passa pels punts A i B en qualsevol de les formes: **4 punts**

**P3) a) • Càlcul del límit per l'esquerra a  $-1$ : 1 punt**

- Càlcul del límit per la dreta a  $-1$ : **1 punt**
- Expressió de la condició de continuïtat i càlcul correcte de b: **1 punt**
- Estudi correcte de la continuïtat a  $x = 1$ : **1 punt**

**b) • Càlcul correcte de la derivada: 1 punt**

- Resolució correcta de l'equació  $f'(x) = 0$ : **1 punt**
- Estudi del signe de la derivada i determinació correcta dels intervals de creixement i decreixement: **3 punts**
- Determinació dels màxims i mínims: **1 punt**

**P4) • Descriure l'experiència composta mitjançant un diagrama d'arbre: 2 punts**

- Càlcul correcte de cadascuna de les probabilitats demanades: **2 punts** per apartat