Model 2. Criteris específics de correcció

Cada qüestió té una puntuació màxima de 10. Cal tenir presents les puntuacions parcials màximes que apareixen a les qüestions amb més d'un apartat. Pel que fa a aquelles qüestions que tenen apartats sense puntuar, se suposarà que cadascun té la mateixa valoració.

Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne.

Penalitzau els errors de càlcul. Els errors greus i, especialment, aquells que portin a resultats incoherents o absurds, penalitzau-los amb el 50 per cent sobre la qualificació de la qüestió.

Valorau totes les parts que siguin correctes, encara que el resultat final no ho sigui.

Hi pot haver casos en què hi hagi dubtes en aplicar els criteris que es detallen a continuació. En aquests casos, feu prevaler el vostre criteri i sentit comú.

Les puntuacions tant dels apartats com dels subapartats són independents. Si l'alumne s'ha equivocat en qualque apartat o subapartat però fa bé els altres (segons les "seves" dades), donau la puntuació adient. En aquest cas, s'ha de refer el problema, ja que s'han de posar les dades "equivocades" de l'alumne per resoldre els altres apartats o subapartats en què no s'ha equivocat. En canvi, si s'equivoca en dos apartats o subapartats, donau 0 punts.

OPCIÓ A

1. *a*) Puntuacions de l'apartat a):

  i) Càlcul del determinant de la matriu del sistema, 2 punts.
  ii) Discussió, 5 punts.
    i. Donau 2 punts per discussió quan $m \neq -9$
    ii. Donau 3 punts per discussió quan $m = -9$.

b) Resolució per a $m = -9$, 3 punts. (1 punt per incògnita)

Si el determinant està malament, donar 5 punts com a màxim.

2. a) Càlcul de $Q'(t)$, 2 punts.
Resolució de $Q'(t) = 0$, 2 punts.
Càlcul del màxim i del mínim, 2 punts. Donau un punt pel màxim i un punt pels mínims. Si només donen un mínim, donar-ho com a correcte. Si no té en compte els extrems de l'interval i només mira els valors $t = 2$ i $t = 6$, donau 0.5 punts a l'apartat.

b) Dibuix de la funció $Q(t)$, 4 punts. Si fa el dibuix sense cap tipus d'explicació de com l'ha obtingut, donau 0 punts. Si fan el dibuix discret (en els enters de 1 fins a 8) sense juntar els punts, donar la puntuació màxima, 4 punts.

Aquest problema es pot fer de dues maneres més:

1) Considerant la funció $Q(t)$ discreta i calculant la taula de $Q(1), Q(2), \ldots, Q(8)$ i mirant quins són el mínim i el màxim.
2) Per calcular el que va ploure el dia n, poden fer la integral de $Q(t)$ entre n i $n+1$ i després calcular el mínim i el màxim dels resultats obtinguts.

Tant si ho fan d'una manera com de l'altra, si està bé, donar un 10 de l'exercici.

3. *a*) Puntuacions de l'apartat a):

i) Càlcul dels vectors directors de r i s, 1 punt.
ii) Demostrar que es creuen, 3 punts. Si s'equivoca en el càlcul del vector w entre un punt de r i un punt de s però fa bé la resta, donau 2 punts.

b) Puntuacions de l'apartat b):

i) Càlcul del pla que conté r i és paral·lel a s, 3 punts.
ii) Càlcul de la distància entre r i s, 3 punts.

4. *a*) Puntuacions de l'apartat a):

i) Càlcul de l'esdeveniment S_7, 2 punts.
ii) Càlcul de l'esdeveniment P, 2 punts.
iii) Càlcul de la probabilitat que passi S_7, 1 punt.
iv) Càlcul de la probabilitat que passi, P, 1 punt.

b) Puntuacions de l'apartat b):

i) Càlcul de l'esdeveniment intersecció entre S_7 i P, 2 punts.
ii) Demostrar que no són independents, 2 punts.

OPCIÓ B

1. *a*) Plantejament del sistema d'equacions dels cabdals de les aixetes, 4 punts. Restau 1 punt per cada equació mal expressada. Si totes les equacions estan malament, donau 0 punts.
b) Resolució del sistema anterior, 4 punts. Restau 1 punt per cada cabdal mal calculat. Si tots els cabdals estan mal calculats, donau 0 punts.
c) Càlcul del volum del dipòsit, 2 punts.

Els apartats són independents. Per exemple, si planteja el sistema malament però resol "el seu sistema" bé i comenta si li dóna alguna solucó sense sentit, donar els 4 punts per la resolució.

2. *a*) Plantejar la relació que hi ha entre x i y mitjançant el perímetre, 2 punts.
b) Càlcul de la funció àrea, 2 punts.
c) Càlcul de la derivada de la funció àrea, 2 punts.
d) Resoldre l'equació $A'(x) = 0$ calculant el valor adient de x, 2 punts.
e) Càlcul del valor de y, 1 punt.
f) Comprovar que és un màxim, 1 punt.

Si afegeixen el segment CD al perímetre i tot el demés està bé, donar 8punts.

3. *a*) Càlcul dels vectors directors de r i s, 2 punts.
b) Càlcul del vector w entre un punt de r i un punt de s, 1 punt.
c) Plantejament que l'equació del determinant dels tres vectors directors anteriors sigui zero, 2 punts.
d) Càlcul del valor de λ, 2 punts.
e) Càlcul del punt intersecció, 3 punts. Restau 1 punt per cada coordenada incorrecta del punt intersecció.

4. *a*) Puntuació de l'apartat a):

i) plantejar bé la probabilitat demanada, 1 punt, Model 2. Criteris específics de correcció

  ii) estandarditzar la variable X, 1 punt,
  iii) càlcul de la probabilitat, 1 punt.

b) Puntuació de l'apartat b):

  i) plantejar bé la probabilitat demanada, 1 punt,
  ii) estandarditzar la variable X, 1 punt,
  iii) càlcul de la probabilitat, 1 punt.

c) Apartat c):

  i) plantejar bé la condició donada en termes de la variable X, 1 punt,
  ii) plantejar la condició en termes de la variable Z, 1 punt,
  iii) establir la condició que verifica x, 1 punt,
  iv) càlcul de x, 1 punt.

Model 2. Solucions

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada problema es puntua sobre 10 punts. Suposem que P_1, P_2, P_3 i P_4 son les qüalificacions dels problemes sobre 10. La qualificació final s'obté d'aplicar la fórmula següent: $\frac{4}{15}\cdot(P_1+P_2+P_3)+\frac{1}{5}\cdot P_4$. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. *a*) Discutiu per a quins valors de m el sistema següent és compatible:

$$\left.\begin{array}{r} mx+3z= \\ x+2y-z= \\ 2x+y-z= \end{array}\begin{array}{l} m, \\ 1, \\ 2. \end{array}\right\}$$

(7 punts)

b) Resoleu-lo en el cas o els casos en què sigui compatible indeterminat. (3 punts)

Solució. *a*) La matriu del sistema és:

$$\begin{pmatrix} m & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Estudiem quan el determinant del sistema anterior s'anul·la. El determinant de la matriu anterior val:

$$-m-9.$$

El determinant serà nul per a $m=-9$.
Si $m\neq -9$, el rang de la matriu del sistema serà 3, el mateix que el rang de la matriu ampliada. Per tant, el sistema serà compatible determinat.
Si $m=-9$, el sistema serà:

$$\left.\begin{array}{r} -9x+3z= \\ x+2y-z= \\ 2x+y-z= \end{array}\begin{array}{l} -9, \\ 1, \\ 2. \end{array}\right\}$$

El rang del sistema serà 2, ja que, per exemple, el menor $\begin{vmatrix} -9 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}\neq 0$, és diferent de zero. El rang de la matriu ampliada serà 2, ja que el determinant següent és zero:

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & -9 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}=0.$$

Per tant, es tractaria d'un sistema compatible indeterminat.

b) Hem de resoldre el sistema en el cas en què $m = -9$:
Les solucions són: $y = x - 1, \; z = 3(x - 1)$, amb x variable lliure.

2. El nombre de litres per metre quadrat que va ploure en un determinat lloc ve donat per la funció següent:

$$Q(t) = -\frac{t^3}{8} + \frac{3t^2}{2} - \frac{9t}{2} + 10,$$

on t ve donat en dies i va des del dia $t = 1$ (dilluns) fins al dia $t = 8$ (dilluns de l'altra setmana).

a) Determinau el dia de la setmana que va ploure més i el que va ploure menys. Quants de litres per metre quadrat va ploure aquests dos dies? (6 punts)

b) Feu un petit dibuix de la funció anterior durant els 8 dies. (4 punts)

Solució. *a*) Per trobar els dies que va ploure menys i més, calculam els possibles extrems relatius de la funció $Q(t)$:

$$Q'(t) = -\frac{3t^2}{8} + 3t - \frac{9}{2}.$$

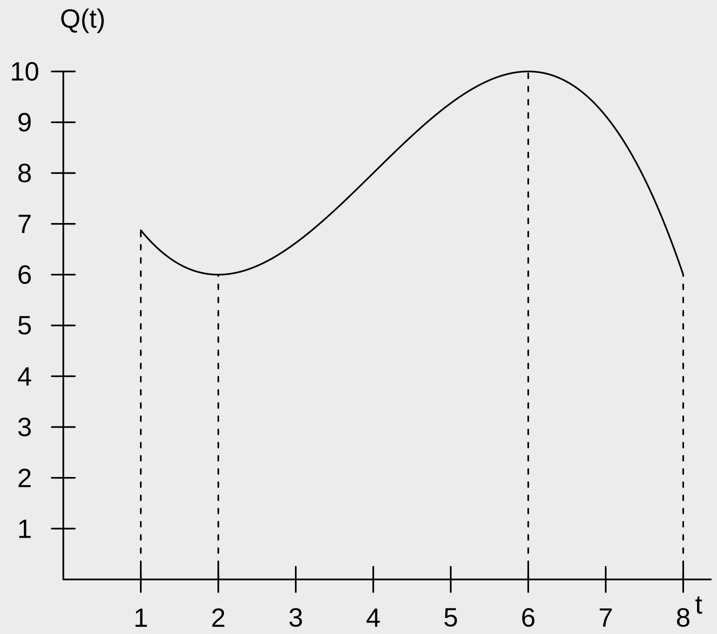
Resolent l'equació $Q'(t) = 0$, obtenim $t = 2$ i $t = 6$.
Ara fem una petita taula amb els dies obtinguts anteriorment juntament amb el primer i l'últim dia, per veure els dies que va ploure més i menys:

Dia	$Q(t)$
1	6.875
2	6
6	10
8	6

Els dies que va ploure menys varen ser els dies 2 (dimarts) i 8 (dilluns de l'altra setmana), amb 6 litres per metre quadrat, i el dia que va ploure més va ser el dia 6 (dissabte) amb 10, litres per metre quadrat.

b) El gràfic de la funció $Q(t)$ es pot veure al dibuix següent:

Model 2. Solucions



3. Donades les rectes $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ i $s : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$,

a) demostrau que es creuen. (4 punts)

b) calculau la distància entre les rectes. (6 punts)

Solució. *a*) Per demostrar que es creuen, considerem $v_r = (2, 3, -1)$ el vector director de r, $v_s = (1, 2, -2)$ el vector director de s, i un vector que uneix un punt de r i un punt de s: $w = P_r - P_s = (1, 0, -1) - (0, 2, -1) = (1, -2, 0)$. Si el rang de la matriu formada pels vectors v_r, v_s i w és màxim o 3, voldrà dir que es creuen. Per comprovar això, basta veure que el determinant de la matriu anterior és diferent de zero:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -10.$$

b) Per calcular la distància entre les rectes, primer calculam el pla π que conté r i és paral·lel a s:

$$\begin{vmatrix} x-1 & y & z+1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -4x + 3y + z + 5 = 0.$$

La distància entre les dues rectes serà la distància d'un punt qualsevol de s, per exemple

$P_s(0, 2, -1)$ a π:

$$d(r, s) = d(P_s, \pi) = \frac{-4 \cdot 0 + 3 \cdot 2 - 1 + 5}{\sqrt{4^2 + 3^2 + 1^2}} = 5\sqrt{\frac{2}{13}} \approx 1.96116.$$

4. Llançam dos daus de 6 cares no trucats i consideram els esdeveniments següents:

S_7 : "la suma dels resultats dels dos daus és 7".
P : "el producte dels resultats dels dos daus és imparell".

a) Calculau les probabilitats que passin els esdeveniments anteriors. (6 punts)
b) Són independents S_7 i P? Raonau la resposta. (4 punts)

Solució. El conjunt de resultats possibles per a l'experiment en qüestió és el següent:

$$E = \{(i, j), |i \in \{1, \ldots, 6\},\ j \in \{1, \ldots, 6\}\}.$$

En total tenim 36 resultats possibles.

a) L'esdeveniment S_7 és el següent:

$$S_7 = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}.$$

En total hi ha 6 resultats. Aplicant la regla de Laplace, la probabilitat que passi S_7 serà: $p(S_7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
L'esdeveniment P serà:

$$P = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)\}.$$

En total tenim 9 resultats possibles. Aplicant la regla de Laplace, la probabilitat que passi P serà: $p(P) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

b) Perquè siguin independents s'ha de satisfer $p(S_7 \cap P) = p(S_7) \cdot p(P)$. Calculem $p(S_7 \cap P)$. L'esdeveniment $S_7 \cap P$ serà buit, ja que és impossible que la suma dels resultats sigui 7 i el producte, imparell. Per tant, $p(S_7 \cap P) = 0 \neq p(S_7) \cdot p(P)$. Concloem, doncs, que els successos no són independents.

Model 2. Solucions

OPCIÓ B

1. Tenim tres aixetes per omplir un dipòsit d'aigua i suposam que el cabal que cau per cada aixeta és constant. Si fem servir l'aixeta 1, tardam 10 hores per omplir el dipòsit, si fem servir les aixetes 1 i 2, tardam 4 hores, i si les fem servir totes tres, tardam una hora. Suposant que la suma dels cabdals de les tres aixetes és 10 litres per minut, calculau el cabdal de l'aigua de cada aixeta (8 punts) i el volum del dipòsit (2 punts).

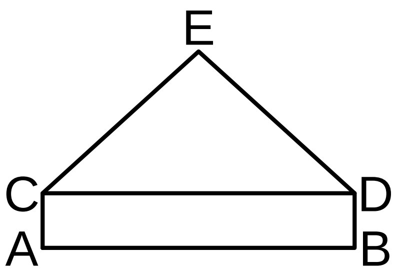
Solució. Sigui V el volum del dipòsit, v_1, el cabdal de l'aixeta 1, v_2, el cabdal de l'aixeta 2 i v_3, el cabdal de l'aixeta 3.

Com que tardam 10 hores a omplir el dipòsit amb l'aixeta 1, tindrem que $V = 10 \cdot 60 \cdot v_1 = 600 \cdot v_1$. Si tardam 4 hores a omplir el dipòsit amb les aixetes 1 i 2, tindrem $V = 4 \cdot 60 \cdot (v_1 + v_2) = 240 \cdot (v_1 + v_2)$ i si tardam una hora a omplir el dipòsit amb les tres aixetes, tindrem $V = 60 \cdot (v_1 + v_2 + v_3)$. Com que la suma dels cabdals són 10 litres per minut ($v_1 + v_2 + v_3 = 10$), hem de resoldre el sistema següent:

$$\left.\begin{aligned} 240 \cdot (v_1 + v_2) &= 600 \cdot v_1, \\ 60 \cdot (v_1 + v_2 + v_3) &= 600 \cdot v_1, \\ v_1 + v_2 + v_3 &= 10. \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 360 v_1 - 240 v_2 &= 0, \\ 540 v_1 - 60 v_2 - 60 v_3 &= 0, \\ v_1 + v_2 + v_3 &= 10. \end{aligned}\right\}$$

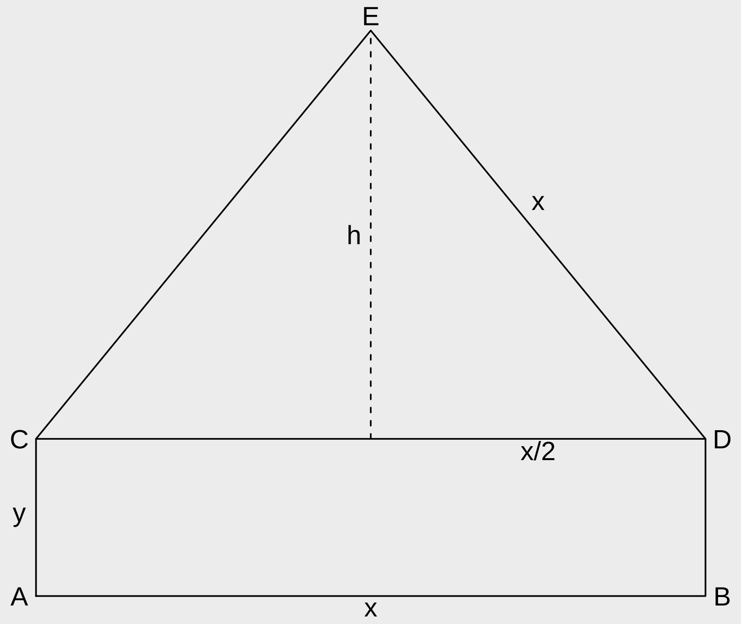
Les solucions del sistema anterior són $v_1 = 1$ litre per minut, $v_2 = \frac{3}{2} = 1.5$ litres per minut i $v_3 = \frac{15}{2} = 7.5$ litres per minut. El volum del dipòsit serà de $V = 600 \cdot v_1 = 600$ litres.

2. Hem de dissenyar una finestra com la que surt a la figura adjunta, o sigui, el polígon ACEDB, de 30 metres de perímetre. Es tracta d'un rectangle amb un triangle equilàter damunt. Calculau les dimensions del rectangle perquè l'àrea de la finestra sigui màxima. (10 punts)



Model 2. Solucions

Solució. Diguem x i y a les dimensions del rectangle:



El perímetre de la finestra serà:

$$P = 3x + 2y = 30.$$

Per tant, $y = \frac{30-3x}{2}$.

Per calcular l'àrea de la finestra, primer hem de calcular l'alçada del triangle h fent servir el teorema de Pitàgores:

$$h = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{3}x}{2}.$$

L'àrea de la finestra serà l'àrea del rectangle més l'àrea del triangle:

$$A = x \cdot y + \frac{x \cdot h}{2} = x \cdot \frac{(30-3x)}{2} + \frac{\sqrt{3}x^2}{4} = 15x + \left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{2}\right) x^2.$$

Model 2. Solucions

Per trobar el màxim de la funció A, l'hem de derivar i igualar a zero:

$$A' = 15 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 3\right)x = 0, \Rightarrow x = \frac{15}{\left(3 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{30}{6-\sqrt{3}} \approx 7.02914.$$

El valor de y serà:

$$y = \frac{30-3x}{2} = \frac{15}{11}\left(5-\sqrt{3}\right) \approx 4.45629.$$

Es tracta d'un màxim, ja que $A'' = \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 < 0$.

3. Considerem les rectes següents dependents d'un paràmetre λ:

$$r: \left.\begin{array}{rl} x = & 1+\lambda t, \\ y = & -1+t, \\ z = & 3-2t. \end{array}\right\}, \quad s: \frac{x-2}{\lambda} = \frac{y}{2\lambda} = \frac{z-3}{-1}.$$

a) Calculau el valor de λ perquè r i s es tallin. (7 punts)
b) Calculau el punt d'intersecció pe al valor de λ calculat. (3 punts)

Solució. Els vectors directors de r i s seran:

$$v_r = (\lambda, 1, -2), \; v_s = (\lambda, 2\lambda, -1),$$

i un vector format per un punt de r i un punt de s serà:

$$w = P_r - P_s = (1,-1,3) - (2,0,3) = (-1,-1,0).$$

Les dues rectes es tallaran si els vectors v_r, v_s i w són linealment dependents, o, dit en altres paraules, el determinant de la matriu formada pels tres vectors és nul:

$$\begin{vmatrix} \lambda & \lambda & -1 \\ 1 & 2\lambda & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 - 3\lambda = 0.$$

Això es verifica per a $\lambda = \frac{1}{3}$.

Calculem el punt d'intersecció de r i s per a $\lambda = \frac{1}{3}$:

$$r: \left.\begin{array}{rl} x = & 1+\frac{1}{3}t, \\ y = & -1+t, \\ z = & 3-2t. \end{array}\right\} \quad s: \frac{x-2}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{2}{3}} = \frac{z-3}{-1}.$$

Tindrem:

$$\frac{y}{3} = \frac{2}{3}(x-2), \Rightarrow \frac{t-1}{3} = \frac{2}{9}t - \frac{2}{3}, \Rightarrow t = -3.$$

Model 2. Solucions

El punt d'intersecció serà:

$$\left(1 + \frac{1}{3} \cdot (-3), -1 - 3, 3 - 2 \cdot (-3)\right) = (0, -4, 9).$$

4. El test d'intel·ligència (CI) és una prova que en teoria mesura la intel·ligència de l'individu i dona un valor que aproximadament té de mitjana 100. O sigui, el nivell 100 se suposa que és el nivell d'intel·ligència d'una persona normal. Suposem ara que el nivell d'intel·ligència d'una determinada població segueix una distribució normal de mitjana 100 i desviació típica 10.

a) Calculau el percentatge de la població que es considera superdotada. Una persona es considera superdotada si té un nivell d'intel·ligència superior a 130. (3 punts)
b) Calculau el percentatge de la població amb un nivell d'intel·ligència entre 90 i 110. (3 punts)
c) Ens diuen que el 70% de la població té un nivell d'intel·ligència menor que un cert llindar. Calculau aquest llindar. (4 punts)

Solució. Sigui X la variable aleatòria que ens dona el nivell d'intel·ligència d'un individu qualsevol de la població.

a) Ens demanen $p(X \geq 130)$. Si estandarditzam, obtenim:

$$p(X \geq 130) = p\left(Z \geq \frac{130 - 100}{10}\right) = p(Z \geq 3) = 1 - p(Z \leq 3) = 1 - 0.9987 = 0.0013,$$

on Z és una normal estàndard.
Per tant, el 0.13% de la població és superdotada.

b) Ens demanen $p(90 \leq X \leq 110)$:

$$\begin{aligned} p(90 \leq X \leq 110) =& p\left(\frac{90 - 100}{10} \leq Z \leq \frac{110 - 100}{10}\right) = p(-1 \leq Z \leq 1) \\ =& p(Z \leq 1) - p(Z \leq -1) = 0.8413 - 0.1587 = 0.6827. \end{aligned}$$

El percentatge serà: 68.27%.

c) Ens diuen que $p(X \leq x) = 0.7$, on x és el llindar a calcular. Si estandarditzam, obtenim:

$$p(X \leq x) = p\left(Z \leq \frac{x - 100}{10}\right) = 0.7.$$

Tenim que $\frac{x-100}{10} = 0.5244$. Per tant, el valor de x serà:

$$x = 100 + 10 \cdot 0.5244 = 105.244.$$

Model 2. Solucions

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula de la distribució normal $N(0,1)$.